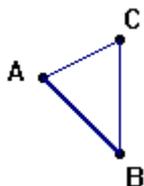


1° Inégalité triangulaire

Propriété

► *Quels que soient les points A, B et C on a l'inégalité : $AB \leq AC + CB$ appelé inégalité triangulaire.*

Exemple

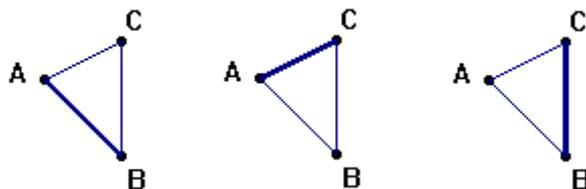


A, B et C, sont trois points.

On a l'inégalité triangulaire : $AB \leq AC + CB$

Ecrire les deux autres inégalités triangulaires.

Réponse



Les trois inégalités triangulaires sont :

$$AB \leq AC + CB$$

$$AC \leq AB + BC$$

$$BC \leq BA + AC$$

Propriété

► *Si M appartient au segment [AB] alors on a : $AB = AM + MB$*

Exemple



[AB] est un segment tel que $AB = 6$ cm.

M est un point du segment [AB] tel que $AM = 3,7$ cm

Calculer MB avec rigueur.

Réponse

Le point M appartient au segment [AB].

Donc :

$$AB = AM + MB$$

$$6 = 3,7 + MB$$

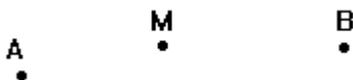
$$MB = 6 - 3,7$$

$$MB = 2,3 \text{ cm}$$

Propriété

► *Si on a $AB = AM + MB$ alors le point M appartient au segment [AB]*

Exemple



A, B et M sont trois points tels que

$AB = 6,5$ cm $AM = 2,4$ cm et $MB = 4,1$ cm

Démontrer que les points A, M et B sont alignés

Réponse

D'une part : $AB = 6,5$ cm

D'autre part : $AM + MB = 2,4 + 4,1 = 6,5$ cm

$$AB = AM + MB$$

Donc

M appartient au segment [AB].

Donc

Les points A, M et B sont alignés.

Propriété

► Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Propriété

► a, b et c désignent trois nombres positifs tels que $c \leq b \leq a$

si $a < b + c$, alors il existe un triangle dont les côtés mesurent a, b et c

si $a > b + c$, alors il n'existe pas de triangle dont les côtés mesurent a, b et c .

si $a = b + c$, alors il existe un « triangle aplati » dont les côtés mesurent a, b et c .

Exemple

a) Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 4 cm et 7 cm ?

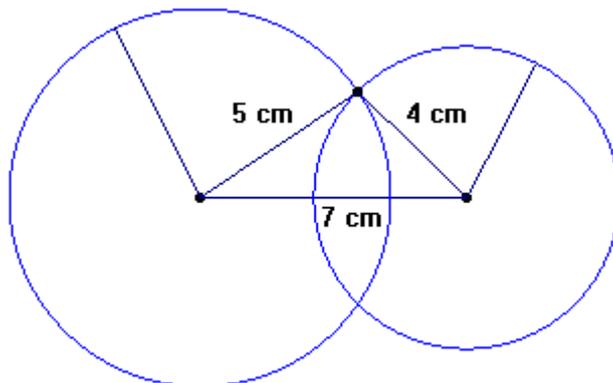
b) Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 2 cm, 4 cm et 7 cm ?

c) Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 7 cm ?

Réponse

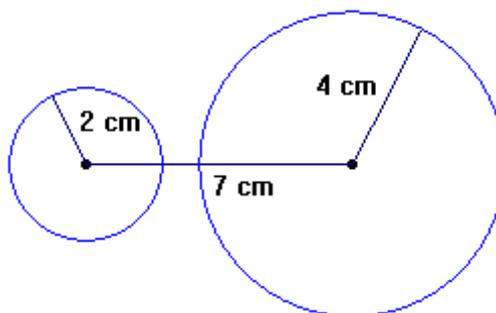
a) $4 \leq 5 \leq 7$ et $7 < 4 + 5$

Donc, il existe un triangle dont les côtés mesurent 4 cm, 5 cm et 7 cm



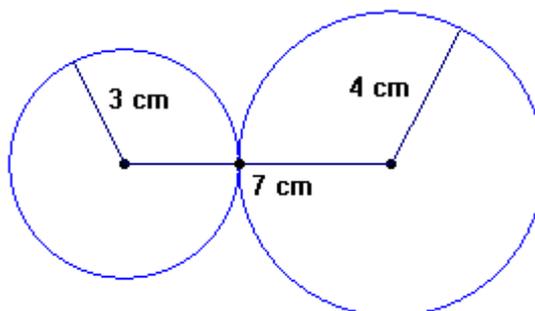
b) $2 \leq 4 \leq 7$ et $7 > 2 + 4$

Donc, il n'existe pas de triangle dont les côtés mesurent 2 cm, 4 cm et 7 cm



c) $3 \leq 4 \leq 7$ et $7 = 3 + 4$

Donc, il existe un « triangle aplati » dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 7 cm

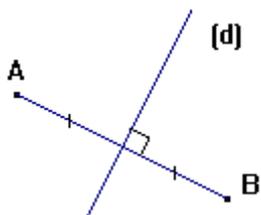


2° Médiatrice d'un segment

Définition

► La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

Exemple

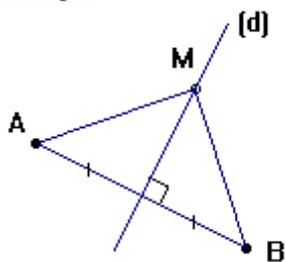


Justifier avec rigueur l'affirmation suivante :
La droite (d) est la médiatrice du segment [AB].

Propriété

► Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors ce point est à égale distance des extrémités de ce segment.

Exemple

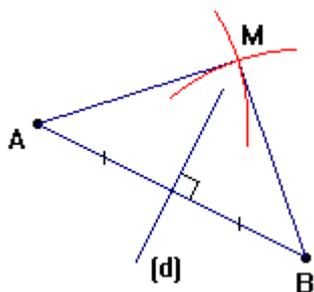


D'après le codage porté sur la figure, démontrer que $MA = MB$.

Propriété

► Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

Exemple



D'après le codage porté sur la figure, démontrer que le point M appartient à la droite (d).

Réponse

La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

La droite (d) est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB]

Donc :

La droite (d) est la médiatrice du segment [AB].

Réponse

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors ce point est à égale distance des extrémités de ce segment.

Le point M appartient à la médiatrice de [AB]

Donc

$MA = MB$

Réponse

Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

$MA = MB$

Donc

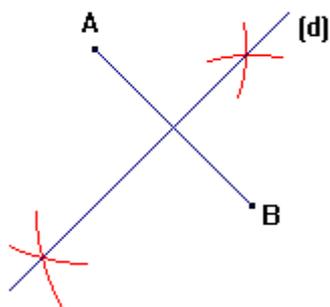
Le point M appartient à la médiatrice de [AB]

► Pour construire la médiatrice d'un segment à l'aide du compas, on construit deux points à égale distance des extrémités du segment.

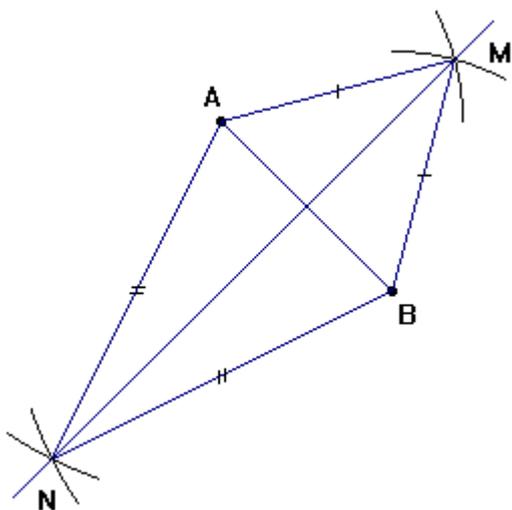
Exemple

Tracer un segment [AB]
Construire sa médiatrice à l'aide du compas.

Réponse



Démonstration



[AB] est un segment.
M et N sont deux points tels que $MA = MB$ et $NA = NB$
Démontrer que (MN) est la médiatrice de [AB].

Réponse

Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

$MA = MB$
Donc
Le point M appartient à la médiatrice de [AB]

$NA = NB$
Donc
Le point N appartient à la médiatrice de [AB]

M et N sont deux points de la médiatrice de [AB]
Donc
La droite (MN) est la médiatrice de [AB].

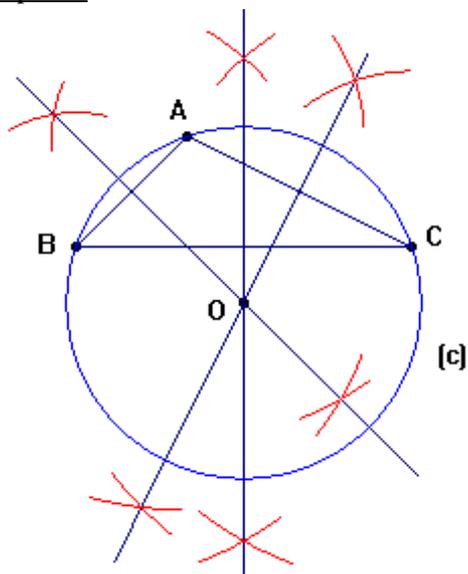
Propriété

► Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes.
Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit du triangle. (cercle qui passe par les trois sommets du triangle)

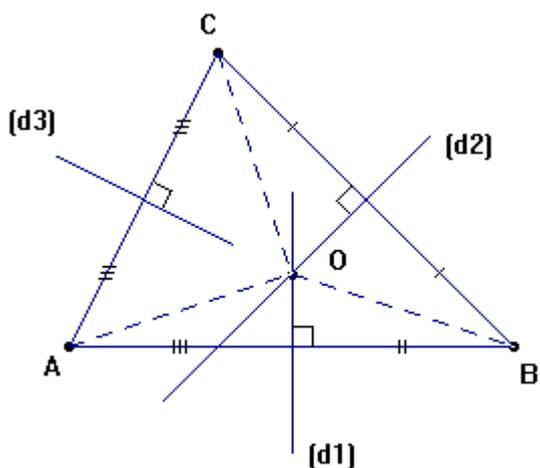
Exemple

Tracer un triangle ABC.
Construire le cercle circonscrit du triangle.

Réponse



Démonstration



ABC est un triangle
(d1) est la médiatrice de [AB]
(d2) est la médiatrice de [BC]
Les deux médiatrices (d1) et (d2) se coupent en O.

(d3) est la médiatrice de [AC]
Démontrer que le point O appartient aussi à (d3)

Réponse

▪ Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors ce point est à égale distance des extrémités de ce segment.

Le point O appartient à la médiatrice de [AB]
Donc
 $OA = OB$

Le point O appartient à la médiatrice de [BC]
Donc
 $OB = OC$

▪ Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

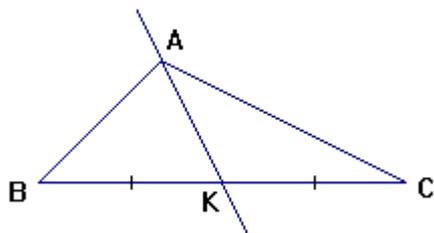
$OA = OC$
Donc
Le point O appartient à la médiatrice de [AC]

Médiane d'un triangle

Définition

► Dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé.

Exemple



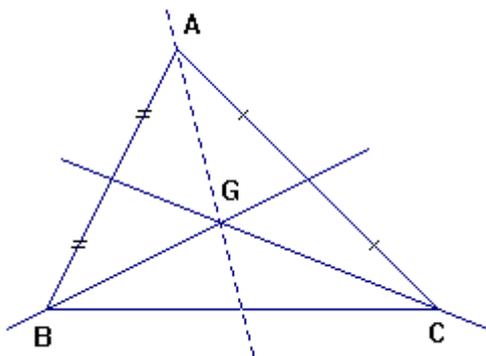
Justifier avec rigueur l'affirmation suivante :

La droite (AK) est la médiane issue de A du triangle ABC.

Propriété (admise)

► Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.

Exemple



Dans le triangle ABC, les médianes issues de B et C se coupent en G.

Justifier que la droite (AG) est la médiane issue de A du triangle ABC.

Réponse

Dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé

Dans le triangle ABC, la droite (AK) passe par le sommet A et le milieu K du côté [BC]

Donc :

(AK) est la médiane issue de A du triangle ABC.

Réponse

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.

Dans le triangle ABC

G est le point d'intersection de deux médianes.

Donc

G est le point de concours des trois médianes.

Donc

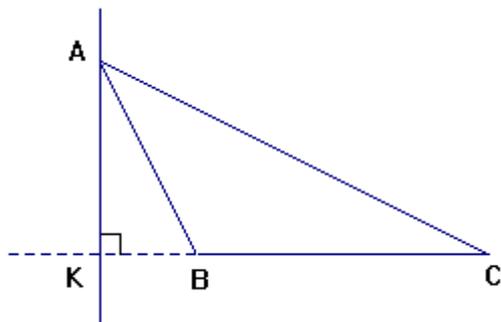
(AG) est la médiane issue A du triangle ABC.

Hauteurs

Définition

► Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemple



Justifier avec rigueur l'affirmation suivante :
La droite (AK) est la hauteur issue de A du triangle ABC.

Réponse

Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet

Dans le triangle ABC, la droite (AK) passe par le sommet A et est perpendiculaire à (BC).

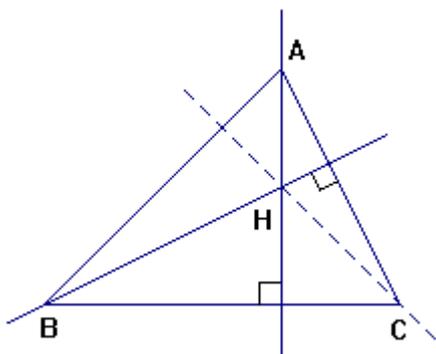
Donc

La droite (AK) est la hauteur issue de A du triangle ABC

Propriété

► Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exemple



Construire un triangle ABC.
Les hauteurs issues de A et B se coupent en H.
Justifier que (CH) est la hauteur issue de C du triangle ABC.

Réponse

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Dans le triangle ABC

H est le point d'intersection de deux hauteurs.

Donc

H est le point de concours des trois hauteurs.

Donc

(CH) est la hauteur issue de C du triangle ABC.