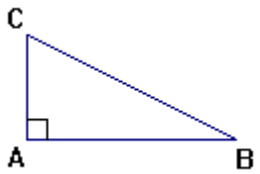
1° Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Si un triangle est rectangle alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Exemple 1

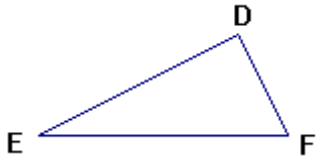


Recopier et compléter :
Le triangle ABC est rectangle en A
Donc, d'après le théorème de Pythagore
… = …

Réponse

Le triangle ABC est rectangle en A
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC$

Exemple 2



Recopier et compléter :
1° … = …
Donc, d'après le théorème de Pythagore
Le triangle DEF est rectangle en D

2° … ≠ …
Donc, d'après le théorème de Pythagore
Le triangle DEF n'est pas rectangle en D

Réponse

1° $EF^2 = ED^2 + FD^2$
Donc, d'après le théorème de Pythagore
Le triangle DEF est rectangle en D

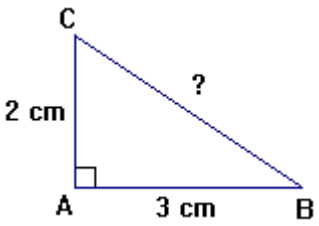
2° $EF^2 \neq ED^2 + FD^2$
Donc, d'après le théorème de Pythagore
Le triangle DEF n'est pas rectangle en D

► *Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle*

Exemple 3

Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3 cm et AC = 2 cm.
Calculer BC.

Réponse

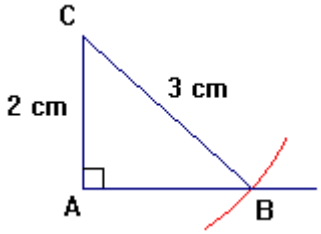


Le triangle ABC est rectangle en A
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 2^2 + 3^2$
$BC^2 = 4 + 9$
$BC^2 = 13$
$BC = \sqrt{13}$
$BC \approx 3{,}6$ cm

Exemple 4

Construire un triangle ABC rectangle en A tel que l'hypoténuse BC = 3 cm et AC = 2 cm.
Calculer AB.

Réponse



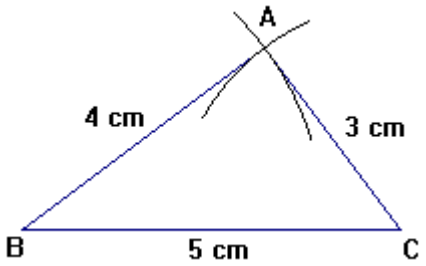
Le triangle ABC est rectangle en A
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$3^2 = AB^2 + 2^2$
$9 = AB^2 + 4$
$AB^2 = 9 - 4$
$AB^2 = 5$
$AB = \sqrt{5}$
$AB \approx 2{,}2$ cm

► *Le théorème de Pythagore permet de montrer qu'un triangle est rectangle ou non rectangle*

Exemple 5

Tracer un triangle ABC tel que
BC = 5 cm AB = 4 cm et AC = 3 cm.
Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

Réponse



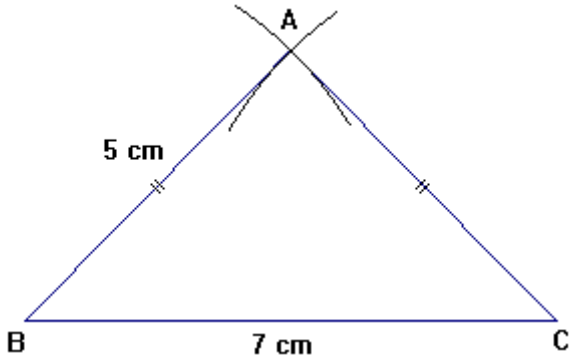
D'une part : $BC^2 = 5^2 = 25$
D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16+9 = 25$

$BC^2 = AB + AC^2$
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
Le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple 6

Tracer un triangle ABC tel que
BC = 7 cm, AB = 5 cm et AC = 5 cm.
Démontrer que le triangle ABC n'est pas rectangle.

Réponse



D'une part : $BC^2 = 7^2 = 49$
D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$

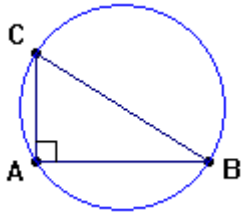
$BC^2 \neq AB + AC^2$
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
Le triangle ABC n'est pas rectangle.

2° Triangle rectangle et cercle circonscrit.

Propriété : si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse.

Propriété : si un triangle est un inscrit dans un cercle de diamètre un côté du triangle alors le triangle est rectangle.

Exemple



Recopier et compléter
Propriété : si un triangle est rectangle alors (cercle)

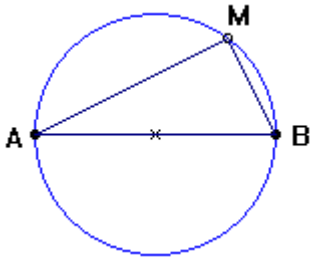
Le triangle ABC est rectangle en A
Donc :
(cercle)…

Réponse

Propriété : si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse.

Le triangle ABC est rectangle en A
Donc :
Le cercle circonscrit du triangle ABC a pour diamètre l'hypoténuse [BC].

Exemple



Recopier et compléter
Propriété : si un triangle (cercle) alors le triangle est rectangle.

Le triangle ABM est ….
Donc :
Le triangle ABM est rectangle en M.

Réponse

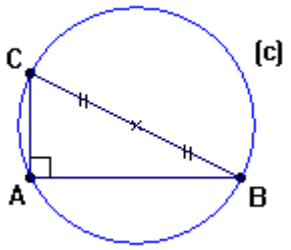
Propriété : si un triangle est un inscrit dans un cercle de diamètre un côté du triangle alors le triangle est rectangle.

Le triangle ABM est inscrit dans le cercle de diamètre [AB]
Donc :
Le triangle ABM est rectangle en M.

► *Pour construire le cercle circonscrit d'un triangle, il est inutile de construire les médiatrices des côtés.*

Exemple 1
Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AC = 1,5 cm et BC = 3 cm
Construire son cercle circonscrit (c).
Quel est le diamètre du cercle (c) ? Justifier.

Réponse



Propriété : si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse.

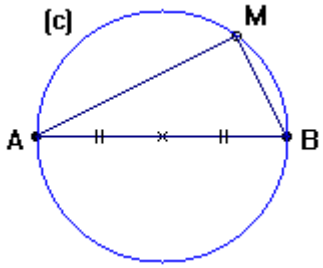
Le triangle ABC est rectangle en A.
Donc :
Le cercle circonscrit (c) du triangle ABC a pour diamètre l'hypoténuse [BC]

► *On peut construire un triangle rectangle à l'aide d'un compas seulement.*

Exemple 2
Tracer un segment [AB]
Tracer le cercle (c) de diamètre [AB].
Placer un point M sur le cercle (c).
Tracer le triangle ABM.

Quelle est la nature du triangle ABM ? Justifier.

Réponse



Propriété : si un triangle est un inscrit dans un cercle de diamètre un côté du triangle alors le triangle est rectangle.

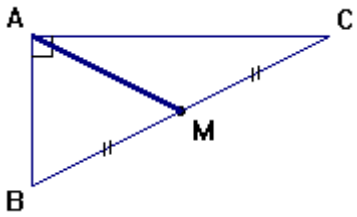
Le triangle ABM est inscrit dans le cercle de diamètre [AB]
Donc :
Le triangle ABM est rectangle en M.

3° Triangle rectangle et médiane :

Propriété : si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.

Propriété : si un triangle a une médiane de longueur égale à la moitié du côté opposé alors le triangle est rectangle.

Exemple



Recopier et compléter :

Propriété : si un triangle est rectangle alors (médiane)

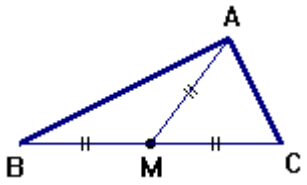
Le triangle ABC est rectangle en A
Donc :
La médiane [AM] …..

Réponse

Propriété : si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.

Le triangle ABC est rectangle en A
Donc :
La médiane AM = $\frac{BC}{2}$

Exemple



Recopier et compléter

Propriété : si un triangle (médiane) alors le triangle est rectangle.

Dans le triangle ABC, la médiane AM …..
Donc :
Le triangle ABC est rectangle en A

Réponse

Propriété :
Si un triangle a une médiane de longueur égale à la moitié du côté opposé alors le triangle est rectangle.

Dans le triangle ABC, la médiane AM = $\frac{BC}{2}$
Donc :
Le triangle ABC est rectangle en A

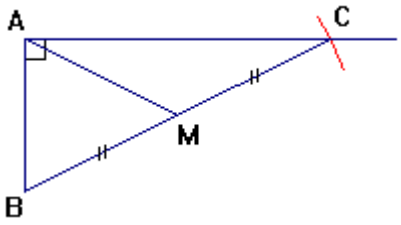
► *Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé au sommet.*
On ne peut pas calculer au collège la longueur d'une médiane dans un triangle quelconque.
Si un triangle est rectangle alors il est possible de calculer la médiane issue de l'angle droit.

Exemple 3

Tracer un triangle ABC rectangle A tel que :
AB = 2 cm et BC = 4,5 cm
Placer M le milieu de [BC] et tracer [AM]

Calculer AM. Justifier.

Réponse :



Propriété :
Si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.

Le triangle ABC est rectangle en A et [AM] est la médiane issue de l'angle droit.
Donc :

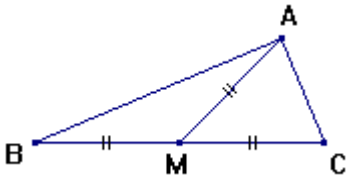
$AM = \frac{BC}{2} = \frac{4,5}{2}$

AM = 4,25 cm

► *On peut construire un triangle rectangle à la règle graduée seulement.*

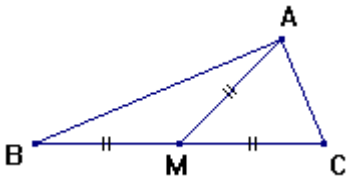
Exemple 4

Construire trois segments de même longueur semblables à la figure ci-dessous.



Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

Réponse :



Propriété :
Si un triangle a une médiane de longueur égale à la moitié du côté opposé alors le triangle est rectangle.

[AM] est une médiane du triangle ABC et

$AM = \frac{BC}{2}$

Donc :
Le triangle ABC est rectangle en A.