

### 1° Simple distributivité

► Pour développer un produit  $k(a + b)$ , on applique la distributivité  $k(a + b) = ka + kb$ .

On fait attention aux règles de signes.

#### Exemple 1

Développer les produits :

$$2(a + b)$$

$$5(3a + 4b)$$

$$-5(a + b)$$

$$-7(2a - 3b)$$

$$5(3x + 2)$$

$$-2(5x - 4)$$

► Si on supprime les parenthèses précédées par un signe + les nombres à l'intérieure de la parenthèse gardent leur signe.

Si on supprime les parenthèses précédées par un signe + les nombres à l'intérieure de la parenthèse changent de signe.

#### Exemple 2

Supprimer les parenthèses dans les expressions suivantes.

$$A = a + (b + c - d)$$

$$B = a - (b + c - d)$$

► Pour factoriser une somme  $ka + kb$ , on applique la règle de la distributivité dans l'autre sens :

$$ka + kb = k(a + b)$$

On commence par chercher le facteur commun  $k$  présent dans les deux termes de la somme.

#### Exemple 3

Factoriser les sommes suivantes

$$5a + 5b$$

$$2a - 2b$$

$$7a + 21$$

$$a^2 + 5a$$

$$5x + 3x$$

$$7x - x$$

► Réduire une expression c'est simplifier son écriture.

#### Exemple 4

Réduire les sommes suivantes.

$$5x + 3x$$

$$5x - x$$

$$5x + 8 - x - 3$$

$$5a + 7b + 9 + 2a - b - 5$$

$$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 3x - 5$$

#### Réponse

$$2(a + b) = 2a + 2b$$

$$5(3a + 4b) = 15a + 20b$$

$$-5(a + b) = -5a - 5b$$

$$-7(2a - 3b) = -14a + 21b$$

$$5(3x + 2) = 15x + 10$$

$$-2(5x - 4) = -10x + 8$$

#### Réponse

$$A = a + (b + c - d)$$

$$A = a + b + c - d$$

Les nombres b, c et d gardent leur signe.

$$B = a - (b + c - d)$$

$$B = a - b - c + d$$

Les nombres b, c et d changent de signe.

#### Réponse

$$5a + 5b = 5(a + b), \text{ le facteur commun est } 5.$$

$$2a - 2b = 2(a - b), \text{ le facteur commun est } 2.$$

$$7a + 21 = 7a + 7 \times 3 = 7(a + 3), \text{ le facteur commun est } 7.$$

$$a^2 + 5a = a \times a + 5a = a(a + 5), \text{ le facteur commun est } a.$$

$$5x + 3x = (5 + 3)x = 8x, \text{ le facteur commun est } x.$$

$$7x - x = 7x - 1x = (7 - 1)x = 6x, \text{ le facteur commun est } x.$$

#### Réponse

$$5x + 3x = 8x$$

$$5x - x = 4x$$

$$5x + 8 - x - 3 = 4x + 5$$

$$5a + 7b + 9 + 2a - b - 5 = 7a + 6b + 4$$

$$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 3x - 5 = 4x^2 - x - 4$$

## 2° Double distributivité

► Pour développer un produit  $(a+b)(c+d)$  on applique la double distributivité :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

On fait attention à la règle des signes.

### Exemple 1

Développer et réduire les produits suivants.

$$A = (x+2)(x+3)$$

$$B = (3x+4)(5x+6)$$

$$C = (x-3)(x-4)$$

$$D = (4x-3)(2x-5)$$

► Pour factoriser une somme  $ka + kb$ , on applique la distributivité :  $ka + kb = k(a+b)$ .

On commence par chercher le facteur commun  $k$  présent dans les deux termes de la somme.

### Exemple 2

Factoriser les sommes suivantes.

$$A = (5x+3)(x-1) + (5x+3)(4x-5)$$

$$B = (2x-3)(x+4) - (2x-3)(3x-7)$$

► Au le brevet

### Exemple 3

$$A = (x-1)(2x-1) - (x-1)(3x+1)$$

1° Développer et réduire A

2° Factoriser A

Réponse :

$$A = (x+2)(x+3)$$

$$A = x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$A = x^2 + 5x + 6$$

$$B = (3x+4)(5x+6)$$

$$B = 15x^2 + 18x + 20x + 24$$

$$B = 15x^2 + 38x + 24$$

$$C = (x-3)(x-4)$$

$$C = x^2 - 4x - 3x + 12$$

$$C = x^2 - 7x + 12$$

$$D = (4x-3)(2x-5)$$

$$D = 8x^2 - 20x - 6x + 15$$

$$D = 8x^2 - 26x + 15$$

Réponse

On souligne  $(5x+3)$  qui est le facteur commun présent dans les deux termes de la somme.

On applique :  $\odot\clubsuit + \odot\heartsuit = \odot[\clubsuit + \heartsuit]$

$$A = (5x+3)(x-1) + (5x+3)(4x-5)$$

$$A = (5x+3)[(x-1) + (4x-5)]$$

$$A = (5x+3)[x-1 + 4x-5]$$

$$A = (5x+3)(5x-6)$$

$$B = (2x-3)(x+4) - (2x-3)(3x-7)$$

$$B = (2x-3)[(x+4) - (3x-7)]$$

$$B = (2x-3)[x+4 - 3x+7]$$

$$B = (2x-3)(-2x+11)$$

Réponse

$$A = (x-1)(2x-1) - (x-1)(3x+1)$$

$$A = [2x^2 - x - 2x + 1] - [3x^2 + x - 3x - 1]$$

$$A = [2x^2 - 3x + 1] - [3x^2 - 2x - 1]$$

$$A = 2x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 2x + 1$$

$$A = -x^2 - x + 2$$

$$A = (x-1)(2x-1) - (x-1)(3x+1)$$

$$A = (x-1)[(2x-1) - (3x+1)]$$

$$A = (x-1)[2x-1 - 3x-1]$$

$$A = (x-1)(-x-2)$$

**3° Identités remarquables : développement.**

► Les trois identités remarquables sont :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple 1

Développer en appliquant une identité remarquable

$$A = (x+5)^2$$

$$B = (x-5)^2$$

$$C = (x+5)(x-5)$$

$$D = (3x+5)^2$$

$$E = (3x-5)^2$$

$$F = (3x+5)(3x-5)$$

► Attention :

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2 \quad (a - b)^2 \neq a^2 - b^2$$

Exemple 2

Montrer par un exemple que  $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$   $(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$

► Attention au développement inutile.

Exemple 3

Pour calculer  $A = (11+ 9)^2$  un élève a écrit :

$$A = (11+ 9)^2$$

$$A = 11^2 + 2 \times 11 \times 9 + 9^2$$

$$A = 121 + 198 + 81$$

$$A = 400$$

Proposer une méthode plus simple.

Réponse :

$$A = (x+5)^2$$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$A = x^2 + 10x + 25$$

$$B = (x-5)^2$$

$$B = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$B = x^2 - 10x + 25$$

$$C = (x+5)(x-5)$$

$$C = x^2 - 5^2$$

$$C = x^2 - 25$$

$$D = (3x+5)^2$$

$$D = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$D = 9x^2 + 30x + 25$$

$$E = (3x-5)^2$$

$$E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$E = 9x^2 - 30x + 25$$

$$F = (3x+5)(3x-5)$$

$$F = (3x)^2 - 5^2$$

$$F = 9x^2 - 25$$

Réponse

$$(7+3)^2 = 10^2 = 100$$

$$7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

$$\text{Donc } (7+3)^2 \neq 7^2 + 3^2$$

$$(7- 3)^2 = 4^2 = 16$$

$$7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$$

$$\text{Donc } (7-3)^2 \neq 7^2 - 3^2$$

Réponse

$$A = (11+ 9)^2$$

$$A = 20^2$$

$$A = 400$$

#### 4° Identités remarquables : factorisation

► Les trois identités remarquables peuvent s'écrire aussi :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

##### Exemple 1

Factoriser en utilisant une identité remarquable.

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$B = x^2 - 10x + 25$$

$$C = x^2 - 49$$

$$A = 9x^2 + 30x + 25$$

$$B = 4x^2 - 4x + 1$$

$$C = 25x^2 - 16$$

► Au brevet

##### Exemple 2

$$A = (3x+5)^2 - (2x-3)^2$$

Développer et réduire A

Factoriser A

##### Exemple 3

Recopier et compléter en utilisant les identités remarquables.

$$49x^2 + \dots + 25 = (\dots + \dots)^2$$

$$49x^2 - \dots = (\dots + \dots)(\dots - 4)$$

$$\dots - 6x + \dots = (x - \dots)^2$$

##### Réponse

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$A = (x+3)^2$$

$$B = x^2 - 10x + 25$$

$$B = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$B = (x-5)^2$$

$$C = x^2 - 49$$

$$C = x^2 - 7^2$$

$$C = (x+7)(x-7)$$

$$A = 9x^2 + 30x + 25$$

$$A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$A = (3x + 5)^2$$

$$B = 4x^2 - 4x + 1$$

$$B = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$$

$$B = (2x - 1)^2$$

$$C = 25x^2 - 16$$

$$C = (5x)^2 - 4^2$$

$$C = (5x + 4)(5x - 4)$$

##### Réponse

$$A = (3x+5)^2 - (2x-3)^2$$

$$A = [9x^2 + 30x + 25] - [4x^2 - 12x + 9]$$

$$A = 9x^2 + 30x + 25 - 4x^2 + 12x - 9$$

$$A = 5x^2 + 42x + 16$$

$$A = (3x+5)^2 - (2x-3)^2$$

$$A = [(3x+5) + (2x-3)][(3x+5) - (2x-3)]$$

$$A = [3x + 5 + 2x - 3][3x + 5 - 2x + 3]$$

$$A = (5x+2)(x+8)$$

##### Réponse

$$49x^2 + 70x + 25 = (7x + 5)^2$$

$$49x^2 - 16 = (7x + 4)(7x - 4)$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$